

# 基于岩石初始损伤和残余强度的 微观损伤本构模型研究

赵朋赓, 邓辉, 余俊岐

成都理工大学环境与土木工程学院, 成都 610059

**摘要:** 高应力条件下岩石的损伤演化机制研究尚不充分, 尤其是初始损伤和残余强度对损伤过程的影响缺乏系统性探讨。以西南部 GS 水电站岩石为研究对象, 通过单轴和常规三轴实验, 结合损伤力学理论, 建立了同时考虑初始损伤和残余强度的微观损伤本构模型, 创新性地揭示了初始损伤与残余强度对损伤演化过程的联合影响。研究表明, 围压对岩石的宏观变形破坏特征和微观损伤发展具有显著抑制作用, 表现为随围压增大, 岩石峰值强度、峰值应变增大, 而同一应变下的损伤减小。所建立的模型能较好描述岩石应力-应变全过程, 与实验曲线拟合度高, 并揭示了岩石损伤演化的三阶段特征: 缓慢发展、快速发展和完全损伤阶段。该模型为高应力地区水电工程勘察提供了理论依据。

**关键词:** 损伤力学; 初始损伤; 残余强度; 高应力区; 本构模型

**中图分类号:** TU457; TU452; TU458 **文献标志码:** A

## Investigation of a Microscopic Damage Constitutive Model Based on Initial Damage and Residual Strength Characteristics of Rock Materials

ZHAO Penggeng, DENG Hui, YU Junqi

Chengdu University of Technology, College of Environmental and Civil Engineering, Chengdu 610059, China

**Abstract:** The damage evolution mechanisms of rocks under high-stress conditions remain insufficiently understood, particularly the systematic influence of initial damage and residual strength on the damage process. This study focuses on the rocks from the GS hydropower station in the southwestern China. Through uniaxial and conventional triaxial experiments, combined with damage mechanics theory, a micro-damage constitutive model that simultaneously considers initial damage and residual strength is established. This model innovatively reveals the combined effects of initial damage and residual strength on the damage evolution process. The research results indicate that confining pressure significantly inhibits the macroscopic deformation and failure characteristics as well as the microscopic damage development of rocks. Specifically, with increasing confining pressure, the peak strength and peak strain of the rocks increase, while the

收稿日期: 2025-01-19 改回日期: 2025-02-24

基金项目: 科技基础资源调查专项资助(2022FY100200)

第一作者: 赵朋赓(1998—), 男, 硕士研究生, 研究方向: 岩土力学及岩土工程。E-mail: 228671435@qq.com

通讯作者: 邓辉(1969—), 男, 教授, 研究方向: 工程高边坡稳定性控制。E-mail: dh@cdut.edu.cn

引文格式: 赵朋赓, 邓辉, 余俊岐. 基于岩石初始损伤和残余强度的微观损伤本构模型研究[J]. 地质灾害与环境保护, 2026, 37(1): 93-103. DOI: 10.12474/dzhb.20250112.

ZHAO Penggeng, DENG Hui, YU Junqi. Investigation of a microscopic damage constitutive model based on initial damage and residual strength characteristics of rock materials[J]. Journal of Geological Hazards and Environment Preservation, 2026, 37(1): 93-103. DOI: 10.12474/dzhb.20250112.

damage at the same strain level decreases. The established model effectively describes the complete stress-strain process of rocks, demonstrating high consistency with experimental curves. Furthermore, it reveals a three-stage characteristic of rock damage evolution: the slow development stage, rapid development stage, and complete damage stage. This model provides a theoretical foundation for the exploration and design of hydropower projects in high-stress regions.

**Key words:** Mechanics of Damage; Initial Damage; Residual Strength; High Stress Area; Constitutive Model

## 0 引言

岩石是由多种矿物组成的天然集合体,在长期地质构造运动(尤其是高应力环境)作用下,岩体内部发育出大量微裂隙和节理<sup>[1-2]</sup>。这些微缺陷相互交错并贯通,形成复杂的非均匀结构,导致岩体宏观上表现出显著的不连续性、各向异性及非线性变形特征,微观上则可将节理与裂隙的扩展视为岩石损伤单元的演化过程。为探究高应力区岩石损伤演化规律及破坏模式,研究者常将岩石内部微元体定义为初始损伤<sup>[3-4]</sup>。此外,岩石在地质构造运动、风化及卸荷变形等作用下形成的极限强度称为残余强度<sup>[5-7]</sup>,其值通常低于完整强度,且受变形程度、矿物组成及环境条件影响显著。常规三轴实验是研究残余强度的主要方法<sup>[8-10]</sup>,通过分析峰后阶段强度曲线可确定残余强度值<sup>[11]</sup>,此时岩石强度随应变增加趋于稳定<sup>[12-14]</sup>。

岩石力学行为具有复杂非线性特征,其本构模型是描述和预测不同加载条件下力学响应的重要工具<sup>[15-16]</sup>。工程实践中,岩石初始损伤与残余强度受地质构造、加载速率及环境因素耦合作用,显著制约岩体稳定性和安全性<sup>[17-19]</sup>。因此,在构建本构模型时需综合考虑初始损伤与残余强度效应,以提升岩石变形破坏预测精度<sup>[20]</sup>。

基于损伤理论的本构模型研究近年来取得显著进展<sup>[21-23]</sup>。曹文贵等<sup>[24]</sup>基于 D-P 准则建立岩石损伤统计本构模型,提出 Weibull 参数是损伤表征的核心变量;蒋浩鹏等<sup>[25]</sup>通过耦合 Weibull 分布与热损伤变量,构建了高温岩石损伤本构模型。不同的方法,如连续损伤力学、基于微裂缝的模型和基于能量耗散原理的模型,已经被提出并应用于研究初始损伤和残余强度对岩石力学行为的演变和影响<sup>[26-28]</sup>,并在采矿工程、隧道支护及边坡稳定分析中获得成功应用。但现有研究仍存在理论局限:首先,现有模型多聚焦低应力条件,对高应力状态下岩石的非线性力

学响应表征不足<sup>[29-31]</sup>;其次,多数岩石损伤演化本构模型研究忽略了岩石的初始压密阶段和峰后岩石的脆性跌落和残余阶段<sup>[32-34]</sup>;此外,各种因素对于岩石损伤的影响,如不同损伤机制之间的相互作用、岩石的各向异性及非均质性以及高应力环境条件的影响,都需要进一步研究并纳入模型中。

综上所述,本文首先对西南某高应力地区的灰岩和玄武岩进行了单轴和常规三轴实验,分析了玄武岩和灰岩在荷载作用下的损伤破坏特性。然后基于统计损伤理论,建立考虑了初始损伤和残余强度的统计损伤本构模型,并讨论了模型参数的影响。最后使用实验数据验证了本文建立的本构模型的可行性而且和其他研究者的模型作了对比,同时利用实验数据讨论了岩石损伤演化过程中围压和峰值损伤的关系。

## 1 工程背景及三轴实验

### 1.1 工程背景

GS 水电站位于澜沧江上游,地处青藏高原南东缘,属滇西纵谷山原区,地势北高南低,河谷深切,岸坡陡峭。尽管该区域地质条件复杂,但目前针对其高应力条件下岩石损伤的研究仍显不足,尤其是在深部岩体力学行为及其损伤演化机制方面缺乏系统探索。本研究从坝址区右岸 ZK10、ZK11 钻孔中选取 8 个岩样(深度分别为 307.14 m 和 51.85 m),钻孔 ZK10 的岩性为灰绿、绿灰色玄武岩,斑状结构,块状构造;ZK11 岩性为浅灰色-灰色微晶灰岩,微晶结构,块状构造。

### 1.2 三轴压缩实验

岩石常规三轴压缩实验是在三向应力( $\sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3$ )状态下,岩石从初始加载到逐渐出现裂缝、到其极限抗压强度、再到峰值后破坏区、直至残余强度的全过程。本次实验选取典型岩性灰岩、玄武岩进行制样,一种岩性为一组,一组 4 个试样,试样尺

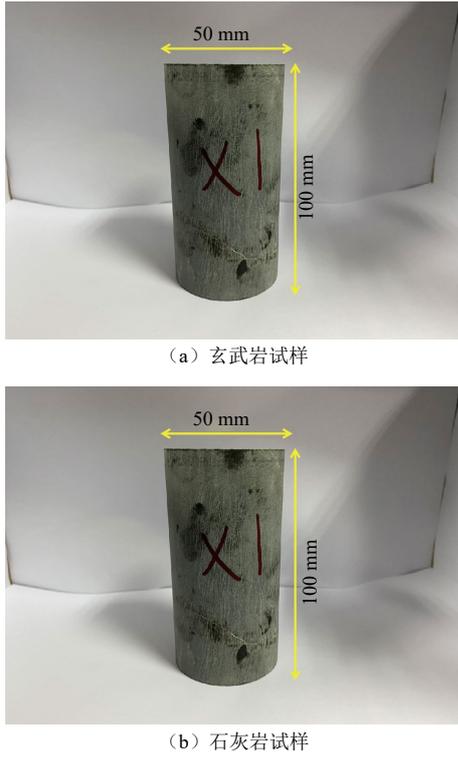


图 1 玄武岩及石灰岩试样

寸为 50 mm×100 mm 的圆柱体(图 1), 设定围压为 5 MPa、10 MPa、20 MPa。岩石常规三轴压缩实验采用位移控制方式, 以 0.5 MPa/s 的加荷速度同时施加侧压力和轴向压力至预定围压, 并使围压在实验过程中始终保持为常数。根据实验方案以 0.1 mm/min 的加荷速度施加轴向荷载, 直至试件完全破坏, 记录破坏荷载和残余强度, 最后得到岩石应力-应变全过程。

### 1.3 实验结果

图 2 为各围压下所取岩样的应力-应变曲线。8 个试样的实验围压范围已覆盖从低围压(0 MPa)到高围压(20 MPa), 满足玄武岩和灰岩的变形破坏全过程及损伤本构模型研究的需要。由图 2 可知, 随着围压的增大, 岩石的峰值强度随之增大, 峰值应变也随之增大。两类岩性岩石应力-应变曲线到达峰值前的倾斜程度受围压的影响不大, 说明围压的升高对岩石的弹性模量变化较小。两类岩石的应力-应变曲线均表现出了初始孔隙压密阶段、线弹性阶段和应变强化阶段。此外, 两类岩石均经历了明显的峰后软化阶段和残余阶段。在设定的不同围压下, 两类岩石的轴向应力均在达到峰值后发生快速的应力跌落, 表现出脆性破坏的特征。图 3 为灰岩和玄武岩的典型破坏特征。由图可知: 不同岩性试样的破坏模式主要是单斜面剪切破坏, 且每个试样的剪切破坏都是沿着结构面开始产生破坏。

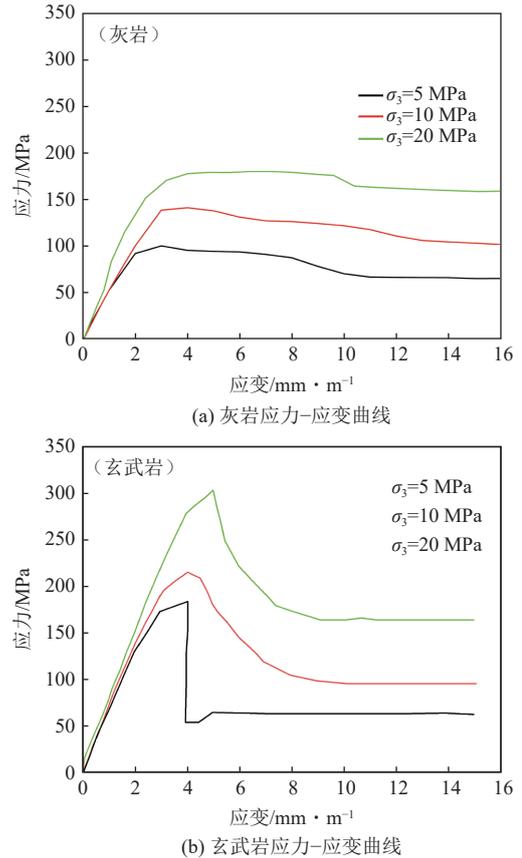


图 2 三轴压缩试验应力-应变曲线

由实验得到两类岩石的物理力学参数如表 1。表 1 中  $\sigma_3$ 、 $\sigma_c$ 、 $\varepsilon_c$ 、 $E$ 、 $R$ 、 $\mu$ 、 $C$ 、 $\varphi$  分别代表了围压、应力、应变、弹性模量、抗压强度、泊松比、黏聚力、内摩擦角。从表中可以知道: ① 两类岩石的弹性模量随着围压的增大而增大, 泊松比则随着围压的增大而减小。② 在不同的围压下, 两类岩石的弹性模量和泊松比均相差不大。③ 灰岩的黏聚力为 15.18 MPa, 内摩擦角为 47.46°; 玄武岩的黏聚力为 24.62 MPa, 内摩擦角为 51.34°。

## 2 损伤演化过程

Kachanov 第一次<sup>[35]</sup>提出了描述材料的连续损伤的损伤变量的定义, 损伤变量的表述如式(1):

$$D = \frac{S - S_1}{S} = \frac{S_2}{S} \quad (1)$$

其中,  $D$  为损伤变量;  $S$  为材料的面积;  $S_1$  为材料未受损伤部分的面积;  $S_2$  为受损部分材料的面积。

1985 年, J. Lemaitre<sup>[36]</sup>在上述经典的损伤变量的基础之上, 他提出的理论为在名义应力作用下受损材料的应变等于未受损材料在有效应力下的应变。基于应变等效理论假说, 可以得到材料损伤模型的基本表达式, 如公式(2):



图3 各岩性试样的损伤特征

表1 各岩样试验参数

岩石类型	编号	$\sigma_3/\text{MPa}$	$\sigma_c/\text{MPa}$	$\varepsilon_c/\text{MPa}$	$E/\text{GPa}$	$R/\text{MPa}$	$\mu$	$C/\text{MPa}$	$\varphi/^\circ$
灰岩	$h_1$	5	105.17	2.83	50.90	60.60	0.27	15.18	47.46
	$h_2$	10	143.57	3.54	52.04	92.58	0.25		
	$h_3$	20	178.78	4.96	54.86	158.4	0.23		
玄武岩	$x_1$	5	182.82	3.83	67.55	63.92	0.24	24.62	51.34
	$x_2$	10	220.65	4.23	69.81	96.98	0.24		
	$x_3$	20	303.14	5.02	71.92	163.1	0.23		

$$\sigma_i = \sigma_i^* (1 - D) \quad (2)$$

上述公式中的  $\sigma_i^*$  表示未受损材料的有效应力,其服从广义虎克定律。因此,上述公式可以表达如下:

$$\sigma_i = \sigma_i^* (1 - D) = E\varepsilon(1 - D) \quad (3)$$

式中,  $\sigma_i (i=1,2,3)$  为材料的名义应力;  $\sigma_i^* (i=1,2,3)$  为通过实验得到的材料的有效应力;  $D$  为材料损伤变量,其值的大小从 0 到 1。 $D$  为 0 时表示岩石未受损伤状态,为 1 时表示完全损伤状态。

实际上,通过三轴实验发现岩石材料的应力-应变曲线如图 4 的初始阶段并不是呈现直线型的,这是因为天然岩石材料具有初始微裂隙,在应力作用下的裂缝闭合导致了曲线的非线性,所以不能简单

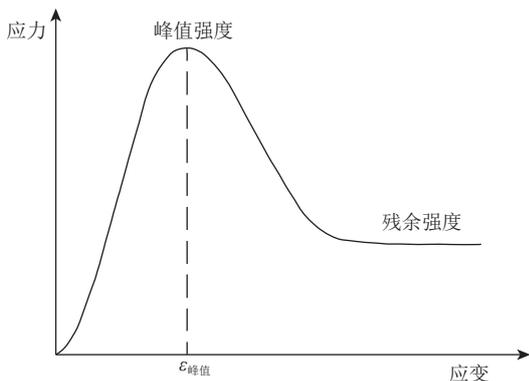


图4 岩石典型应力-应变曲线

地将岩石材料的损伤变量视为 0。同理,在岩石材料达到峰值强度以后,由实验曲线知道岩石仍然具有一定的残余强度。从统计学角度也可以看出岩石在破坏以后依然存在有效的区域,不能认为岩石的损伤变量为 1。因此,现有的损伤模型存在不能准确描述岩石峰后的脆性跌落和残余强度等问题。

从上文可知,损伤变量是基于岩体内部破坏部分面积和总面积的比值建立的。由于岩石是非匀质的固体材料,所以岩石内部的损伤在外部荷载作用下的分布也是随机的。根据之前的研究,岩石地破裂损伤为一个连续的过程,且岩石内部存在各微元体,微元体的强度  $F$  各不相同。岩石内部是否产生损伤与  $F$  相关,并做出如下的假设:① 岩石从宏观看是各向同性的,因此其损伤也是各向同性的;② 岩石内部微元体在损伤之前符合虎克弹性定律;③ 岩石微元体只包含有两种状态,即损伤状态和未损伤状态;④ 每个微元体的强度  $F$  各不相同,且微元体强度  $F$  符合 Weibull 分布,则概率密度函数如下:

$$P(F) = \begin{cases} m/F_0 \left(\frac{F}{F_0}\right)^{m-1} \exp\left[-\left(\frac{F}{F_0}\right)^m\right], & F \geq 0 \\ 0, & F < 0 \end{cases} \quad (4)$$

式中,  $F$  为岩石材料的微强度;  $F_0$  和  $m$  为概率密度函数,其中  $m$  为形状参数,表示材料的分散程度以及空

间分布的均匀程度,  $F_0$  为表示微元体平均强度相关的比例参数。

然而本文研究的岩体在经历三轴压缩前, 已经包含有初始损伤, 则试样的损伤是由初始损伤和三轴压缩共同造成的。令初始损伤岩体损伤部分面积为  $S_0$ , 三轴加载时损伤增加的面积为  $S_1$ , 则含不同损伤程度岩体的总损伤变量  $D$  可以表示为:

$$D = \frac{S_0 + S_1}{S} \quad (5)$$

则岩体在三轴压缩前的损伤程度可以表示为  $D_0 = S_0/S$ , 那么不同损伤程度岩体的总损伤变量  $D$  可以改写为:

$$D = D_0 + \frac{S_1}{S} = D_0 + D_1 \quad (6)$$

式中,  $D_1$  为三轴压缩中造成的损伤。

在三轴压缩过程的初始加载阶段, 岩体的体积被压缩, 试样内的部分裂隙在应力作用下完全闭合, 此时岩体内部受损面积从  $S_0$  减少到  $S_c$ 。即在初始压缩阶段, 岩体的损伤程度是降低的。为了更好地描述损伤岩体的破坏过程, 将岩体的损伤过程分为裂隙压密和裂隙发展两个阶段。因此在裂隙发展阶段, 岩体的损伤  $D$  表达式如下:

$$D = D_c + D_1 \quad (7)$$

由于在描述岩体三轴压缩变形破坏本构关系时, 通常只关心裂隙发展阶段, 根据公式(7)可知此时岩体的受损面积是  $S_c$ 。当外荷载从  $F$  增加  $dF$  时, 则强度低于  $F + dF$  的微元会破坏失效, 此时岩体内部新增受损面积为:

$$dS_1 = (S - S_c) P(F) dF \quad (8)$$

将上式积分, 可以得到岩体增加的损伤面积为:

$$S_1 = \int_0^F (S - S_c) P(F) dF \quad (9)$$

将上式代入式(7)得到:

$$\begin{aligned} D &= D_c + \frac{1}{S} \int_0^F (S - S_c) P(F) dF \\ &= D_c + (1 - D_c) \int_0^F P(F) dF \end{aligned} \quad (10)$$

将式(4)和上式结合可以得到岩体损伤变量  $D$  为:

$$D = 1 - (1 - D_c) \exp \left[ - \left( \frac{F}{F_0} \right)^m \right] \quad (11)$$

在相同围压下, 随着损伤程度的增加, 岩体的弹性模量逐渐弱化, 因此可以通过弹性模量的弱化程度度量压密阶段下岩体的损伤程度。即

$$D_c = 1 - \frac{E_c}{E} \quad (12)$$

式中,  $E$  和  $E_c$  分别为一定围压下完整岩体和含损伤

岩体的弹性模量。将式(11)和式(12)结合得损伤岩体的损伤演化方程:

$$D = 1 - \frac{E_c}{E} \exp \left[ - \left( \frac{F}{F_0} \right)^m \right] \quad (13)$$

### 3 损伤本构模型的建立

受到三轴压缩的岩石, 由连续损伤理论可以将岩石材料分为未损伤和损伤 2 种材料结合而成, 如图 5。超过一定的荷载作用下, 未损伤的岩石材料也将转变为损伤的部分, 两部分将共同承担外部的荷载作用。  $S$  代表整个材料横截面的面积,  $S_1$  代表未受损伤部分的横截面的面积,  $S_2$  代表受损伤部分的横截面的面积。岩石在未受损区域岩石承受的有效应力为  $\sigma'_i$ , 受损区域的应力为  $\sigma''_i$ 。

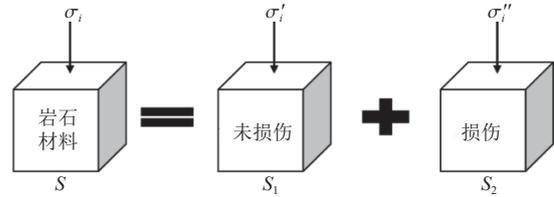


图 5 岩石损伤模型

由竖直方向的力学平衡法分析可以知道, 岩石材料受到的应力等于受损区域和未受损区域应力之和, 其力学表达式如下:

$$S \sigma_i = S_1 \sigma'_i + S_2 \sigma''_i \quad (14)$$

其中:

$$S = S_1 + S_2 \quad (15)$$

上述表达式中的  $\sigma_i$  为材料受到的宏观应力, 而  $\sigma'_i$  和  $\sigma''_i$  为未受损和受损部分所受到的微观应力。损伤变量  $D$  是作用于岩石材料的宏观应力和作用于未受损和受损部分微观应力之间的联系。因此, 将式(1)和式(15)代入式(14)中, 可以得到式(16):

$$\sigma_i = (1 - D) \sigma'_i + D \sigma''_i \quad (16)$$

根据以前的研究<sup>[37]</sup>, 岩石损坏部分的强度由岩石的残余强度提供, 则式(16)变为下式:

$$\sigma_i = (1 - D) \sigma'_i + DR \quad (17)$$

假设岩石材料未损伤部分在有效应力  $\sigma'_i$  作用下是弹性的, 那么未损伤部分的应力-应变关系应符合虎克定律<sup>[38-40]</sup>, 其关系表达式为:

$$\sigma'_i = E' \varepsilon'_i + \mu' (\sigma'_j + \sigma'_k) \quad (18)$$

式中,  $E'$ ,  $\varepsilon'_i$ ,  $\mu'$  分别代表了未受损部分的杨氏模量、应变以及泊松比。

根据 Lemaitre<sup>[36]</sup>在 1985 年提出的应变等价描述

可以得到:

$$\varepsilon_i = \varepsilon'_i \quad (19)$$

根据 Li [39] 等人的研究:

$$E = E' \quad (20)$$

$$\mu = \mu' \quad (21)$$

式中,  $E$ 、 $\varepsilon$  和  $\mu$  为岩石的弹性模量、宏观应变和泊松比。

在常规三轴压缩实验中, 侧向的约束使得岩石的承载力变大, 所以我们忽略侧向方向的损伤, 即  $\sigma_3 = R_3$ ,  $R_3$  为侧向的残余强度, 并且在常规三轴中,  $\sigma_2 = \sigma_3$ 。由此, 可以得到:

$$\sigma'_2 = \sigma'_3 = \frac{(\sigma_3 - RD)}{(1 - D)} = \sigma_3 \quad (22)$$

将式(19)、式(20)、式(21)以及式(22)代入式(18)中可以得到如下:

$$(\sigma'_1 - 2\mu\sigma_3) / E = \varepsilon_1 \quad (23)$$

将式(23)代入公式(17)可以得到宏观应变和净应力之间的关系, 如下:

$$\sigma_1 = E\varepsilon_1 + 2\mu\sigma_3 - [E\varepsilon_1 + 2\mu\sigma_3 - R] D \quad (24)$$

从前面的研究提到过, 对于岩石材料的损伤部分的有效应力由其残余强度提供。这是因为岩石材料在围压的约束下, 受损部分的强度是由材料之间的摩擦力所决定的。所以对于岩石材料的残余强度  $R$ , 符合摩尔-库仑强度破坏准则[41], 如下:

$$R = [2c_r \cos\varphi_r + \sigma_3(1 + \sin\varphi_r)] / (1 - \sin\varphi_r) \quad (25)$$

式中,  $c_r$  和  $\varphi_r$  为岩石残余强度时的内摩擦角和黏聚力, 其值可以根据岩石常规三轴实验数据线性回归得到。

表 2 列出了不同围压下各类岩石的残余强度, 图 6 表明了岩石的残余强度与围压有良好的线性关系。

由式(4)可以知道, 求损伤变量的关键在于岩石材料微元体强度  $F$ , 因此微元体的强度破坏准则的选取就显得尤为关键。许多岩石强度破坏准则用于损伤本构模型的研究, 其中 Drucker-Prager[42] 具有参数形式简单而且包含了静水压力对材料屈服状态的影响。

表 2 不同岩石在 CTC 实验中残余强度  $R$  与  $\sigma_3$  的关系

岩石种类	残余强度 $R$ /MPa	围压 $\sigma_3$ /MPa	相关性 $R^2$
玄武岩	63.41	5	0.99
	96.6	10	
	162.75	20	
灰岩	60.05	5	0.99
	92.295	10	
	152.35	20	

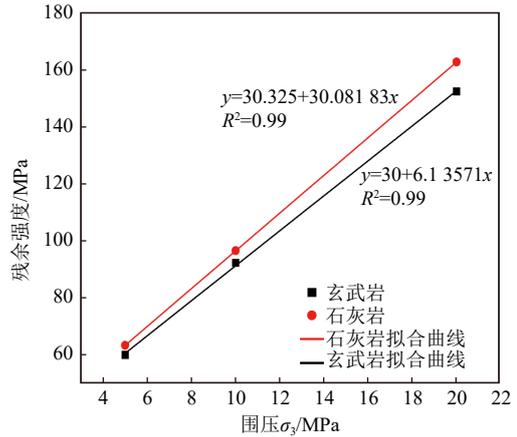


图 6 不同的岩石残余强度  $R$  与围压  $\sigma_3$  的线性相关性

响。因此, 选用 Drucker-Prager 作为岩石微元体的强度屈服准则。公式如下:

$$F = \theta I_1 + (J_2)^{0.5} - k \quad (26)$$

应力张量  $I_1$  和  $J_2$  以及参数  $\gamma$  在常规三轴压缩条件下计算方法如下:

$$I_1 = \sigma'_1 + 2\sigma'_3 \quad (27)$$

$$J_2 = 1/3 (\sigma'_1 - \sigma'_3)^2 \quad (28)$$

$$\theta = \frac{2\sin\varphi}{3\sqrt{3-\sin\varphi}} \quad (29)$$

$$k = \frac{6c\cos\varphi}{\sqrt{3(3-\sin\varphi)}} \quad (30)$$

在常规三轴实验条件下, 将公式(22)、(23)、(27)~(30)代入式(26)中可以得到:

$$F = (\theta + \sqrt{3}/3) E\varepsilon_1 + \left[ \frac{\sqrt{3}}{3(2\mu-1)} + 2\theta(\mu+1) \right] \sigma_3 - k \quad (31)$$

将式(13)代入式(24)中, 就可以得到常规三轴压缩条件下改进的统计损伤本构模型。模型表达式如下:

$$\sigma_1 = R + \frac{[E\varepsilon_1 + 2\mu\sigma_3 - R] E_c}{E} \exp \left[ - \left( \frac{F}{F_0} \right)^m \right] \quad (32)$$

模型假设岩石从宏观上是各向同性的, 且微元体的强度服从 Weibull 分布, 因此本模型主要适用于均质岩石在静态荷载下的损伤分析。对于高度非均质的岩石(如含有大量裂隙、节理或不同矿物成分的岩石)或动态荷载, 模型的适用性可能会受到限制, 需进一步研究。

## 4 参数计算方法

从前文的研究可以知道改进的统计损伤本构模型的建立关键在于确定其参数  $m$  与  $F_0$ 。统计损伤模型参数的计算方法有两种: ① 在常规三轴实验特

定的围压下, 参数  $m$  和  $F_0$  与围压  $\sigma_3$  具有良好的线性关系, 因此可以通过数据的拟合得到相关的关系式; ② 岩石的应力-应变曲线中存在一个峰值点, 此点的轴向应力  $\sigma_1$  达到了最大值, 此点之后的轴向应力随着应变增大迅速下降。从数学上分析, 此点的梯度为 0, 因此可以用极值法计算参数  $m$  和  $F_0$ 。

方法①虽然可以建立围压和统计损伤模型参数之间的经验表达式, 但是其表达式具有很大的局限性, 它只能用于特定的围压下的参数计算。而且受限于拟合效果的好坏, 其拟合参数的精确性也不能保证。本文选用方法②的极值法作为统计损伤模型参数的计算方法, 因为方法②具有更普遍的适用性, 而且得到的参数也更加精确。

从岩石常规三轴实验的应力-应变曲线中可以发现, 应力-应变曲线在其峰值点处的斜率为 0, 因此在此点应满足以下两点: ① 在最高点的  $\sigma_1 = \sigma_c$ ,  $\varepsilon_1 = \varepsilon_c$  岩石微元体强度为  $F_c$ ; ② 在最高点处的  $\frac{d\sigma_1}{d\varepsilon_1} = 0$ ; 表达式如下:

$$\begin{cases} \sigma_c = R + \frac{E_c(E\varepsilon_1 + 2\mu\sigma_3 - R)}{E} \exp\left[-\left(\frac{F}{F_0}\right)^m\right] \\ \frac{d\sigma_1}{d\varepsilon_1} |_{\varepsilon_1 = \varepsilon_c} = 0 \end{cases} \quad (33)$$

式(33)中的  $\sigma_c$  和  $\varepsilon_c$  分别表示在曲线峰值处的应力以及应变。其值的计算方法可以根据曹文贵<sup>[37]</sup>的研究得到, 从相关研究得到峰值处的应力和应变和围压  $\sigma_3$  具有良好的线性关系, 可以根据下列公式得到:

$$\sigma_c = 2c_c \cos\varphi_c / (1 - \sin\varphi_c) + (1 + \sin\varphi_c) / (1 - \sin\varphi_c) \sigma_3 \quad (34)$$

$$\varepsilon_c = a\sigma_3 + b \quad (35)$$

式(34)中的  $\varphi_c$  和  $c_c$  分别为峰值处的内摩擦角和黏聚力, 可以根据常规三轴实验数据线性回归得到其值。

参数  $m$  和  $F_0$  可以通过式(33)解方程得到, 其结果如下:

$$m = -\frac{EF}{F'A \ln(EB/E_cA)} \quad (36)$$

$$F_0 = \frac{F}{[-\ln(EB/E_cA)]^{1/m}} \quad (37)$$

式中,  $A$ 、 $B$  为计算参数;  $F'$  为微元体强度  $F$  的导数, 其值可以通过下式计算:

$$A = E\varepsilon_c - R + 2\mu\sigma_3 \quad (38)$$

$$B = \sigma_c - R \quad (39)$$

$$F' = (\delta + \sqrt{3}/3)E \quad (40)$$

本文在考虑岩石的初始损伤和残余强度的基础上建立了统计损伤模型, 岩石损伤本构模型的参数  $m$  和  $F_0$  反映了岩石变形的力学特性。为了讨论参数  $m$  和  $F_0$  的作用, 我们首先将  $F_0$  保持不变, 然后代入不同的  $m$  值到损伤统计本构模型之中便可以得到在不同的  $m$  值下的统计损伤演化曲线。同理可以得到在不同的  $F_0$  下的统计损伤演化曲线。通过常规三轴实验可以得到岩石的相关力学参数, 例如弹性模量  $E$ 、泊松比  $\mu$  以及岩石的内摩擦角  $\varphi$  以及岩石的黏聚力  $c$  等相关参数, 然后通过上述相关公式得到岩石的理论曲线。岩石的相关力学参数见表 3。图 7 和图 8 给出了  $m$  和  $F_0$  变化的轴向应力-应变曲线, 反映了参数  $m$  和  $F_0$  对岩石变形特性的影响。曲线具有以下特点: 首先, 在应力-应变曲线峰值强度之前, 曲线几乎不受 Weibull 参数  $m$  和  $F_0$  的影响。其次,  $m$  和  $F_0$  对应力-应变曲线的非线性变形影响明显, 特别是峰值强度后的曲线, Weibull 参数越大, 岩石的峰值强度和残余强度也越大。以上两个特征反

表 3 玄武岩的力学参数

$E/$ GPa	$\mu$	$\sigma_3/$ MPa	$R/$ MPa	$\varphi_c/^\circ$	$c_c/$ MPa	$\sigma_c/$ MPa	$\varepsilon_c/$ (mm·m <sup>-1</sup> )
34.4	0.24	5	58.5	51.2	16.22	130.31	7.38

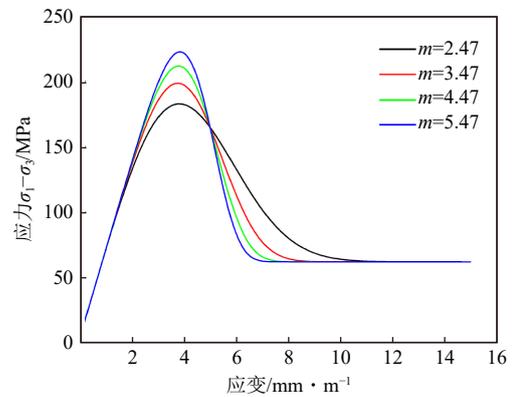


图 7 统计损伤模型与参数  $m$  之间的关系

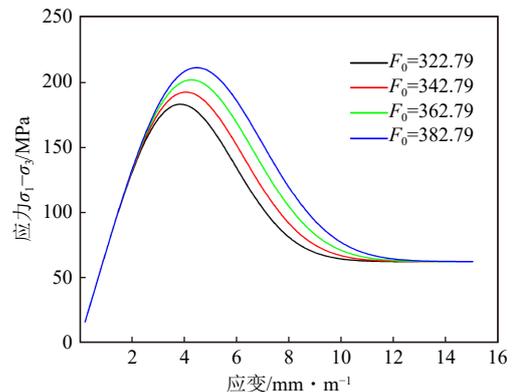


图 8 统计损伤模型与参数  $F_0$  之间的关系

映了  $m$  和  $F_0$  对岩石应力-应变曲线的影响,为模型的修正奠定了基础。

由岩石的应力-应变曲线可以看出参数  $m$  和  $F_0$  对岩石的峰后阶段起着控制作用,尤其是岩石的峰值抗压强度以及岩石的残余强度。由图 7 可以看出,随着  $m$  的增大,岩石的峰值强度逐渐增大而残余强度则逐渐减小,这表明了岩石的脆性逐渐增强。由图 8 可以看出,随着  $F_0$  的增大,岩石的峰值强度逐渐增大而残余强度也逐渐增大。因此  $m$  主要表征了岩石的脆性指标,  $F_0$  对岩石的峰值强度和残余强度有较大影响。

## 5 模型验证和讨论

### 5.1 模型验证

为了讨论本文所提出改进的模型的合理性,将实验所得关于灰岩和玄武岩的应力-应变曲线与该模型计算所得曲线进行对比,如图 9 和图 10。由于地层所涉及砂岩未进行三轴压缩实验,使用 Yumlu 和 Ozbay<sup>[43]</sup>通过常规三轴实验得到砂岩的相关实验数据验证本文改进的考虑初始损伤和残余强度的本构模型的合理性。在实验的基础上,通过数据的处理

得到了砂岩的相关力学参数,见表 4。通过本文推导的公式计算得到了改进的模型计算参数,然后通过改进的本构模型得到了理论曲线。将本模型曲线和 Li 等人<sup>[39]</sup>得到的计算曲线进行对比(图 11)。

(1) 本文提出的模型能够描述不同岩石的应力-应变曲线的全过程,而且对于不同的岩石的实验曲线和模型曲线的吻合较好。理论曲线的峰值前阶段,曲线几乎不受参数  $m$  和  $F_0$  的影响。当岩石达到峰值强度后,随着  $m$  和  $F_0$  的改变,对应力-应变曲线的峰值强度、残余强度以及岩石的脆性跌落都有较大的影响。

(2) Li 等人的岩石损伤模型能反映岩石整个变形过程,但是对比实验曲线可以发现此模型与实验曲线的峰值强度和残余强度都有一定的差距。对比之下改进的理论模型不仅能很好地表现出岩石的峰后变形过程,并且残余强度和实验曲线也更加吻合。

(3) 因为本模型考虑了初始损伤和残余强度,使得该模型比起未改进的模型有更加广泛的适用性。而且本模型是基于 Drucker-Prager 强度准则所建立的,充分考虑了静水压力的影响,使其更加符合工程实际情况。

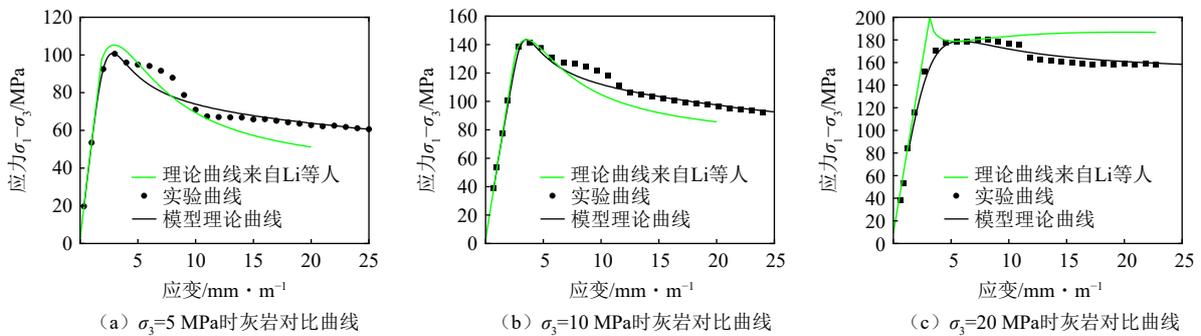


图 9 不同围压下灰岩实验曲线与理论曲线对比

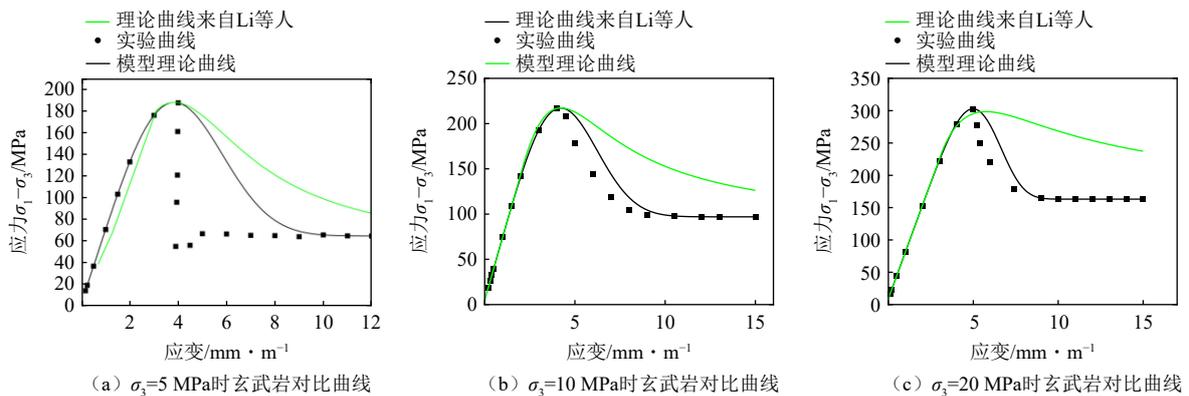


图 10 不同围压下玄武岩实验曲线与理论曲线对比

表 4 砂岩的力学参数<sup>[39]</sup>

Stone	$E$ / GPa	$E_c$ / GPa	$\mu$	$\sigma_3$ / MPa	$R$ / MPa	$\sigma_c$ / MPa	$\varepsilon_c$ / ( $\text{mm} \cdot \text{m}^{-1}$ )
	22.7	20.4	0.25	3	23.68	110.86	6.11
Sandtone	24	21.7	0.25	5	39.08	128.31	7.48
	25.8	24.2	0.25	8	62.05	153.76	9.43

5.2 讨论

由常规三轴实验确定相关的力学参数, 代入式 (13) 后就可以计算得到岩石在整个破坏发展阶段累积损伤  $D$  的演化过程, 其演化过程如图 12。从宏观看损伤变量  $D$  和岩石的轴向应力  $\sigma_1$  和应变  $\varepsilon_1$  相关, 当轴向应力  $\sigma_1$  达到一定的水平后损伤变量  $D$  才会迅速发展。从微观上看, 只有达到微元体强度  $F$  后

岩石才会出现损伤。如图 12 所示, 开始阶段损伤演变曲线很缓, 代表了损伤的发展缓慢。随着应变的增加, 损伤快速发展, 最后, 损伤曲线趋近于 1, 代表岩石已经接近于完全损伤。当岩石达到峰值强度时, 此时岩石的损伤量为  $D_c$ , 岩石的围压和峰值损伤  $D_c$  的关系曲线如图 13 所示。可以看出岩石的临界损伤值  $D_c$  随着岩石应力状态的改变而产生变化, 并且计算了实验与理论曲线的决定系数 ( $R^2$ ), 结果表明, 模型与实验数据的拟合度较高 ( $R^2 > 0.95$ ), 验证了模型的合理性。

(1) 不同围压条件下损伤变量演化曲线均单调递增, 且呈倾斜拉伸的“S”形。随着轴向应力和应变的增加, 岩样累积损伤量从初值 0 增加, 最后阶段逐

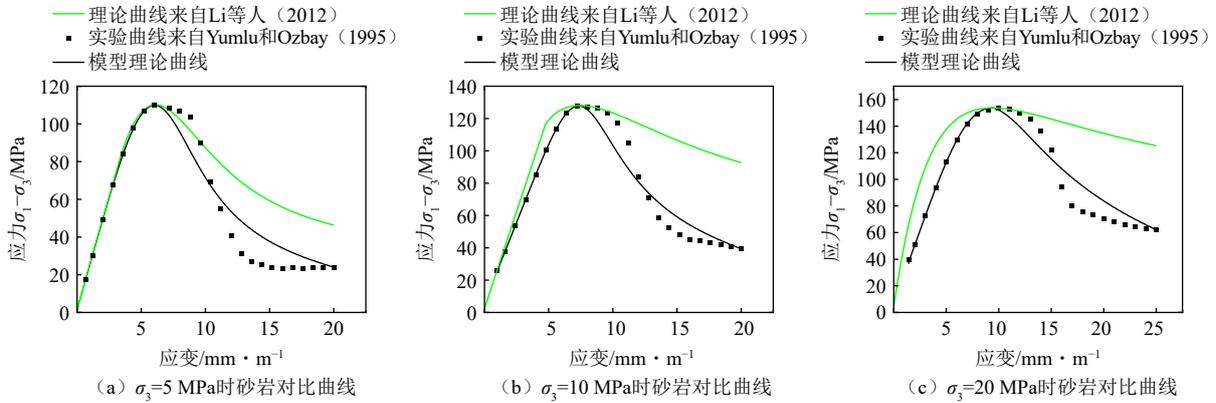


图 11 不同围压下砂岩实验曲线与理论曲线对比

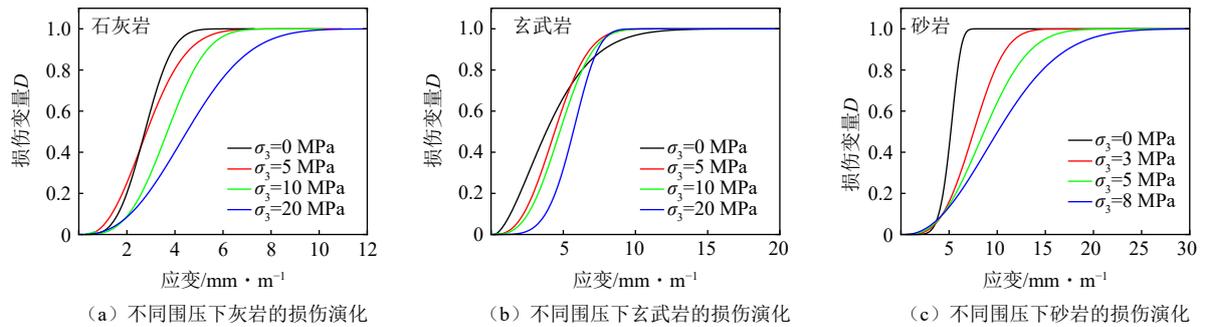


图 12 不同围压下灰岩、玄武岩和砂岩的损伤演化

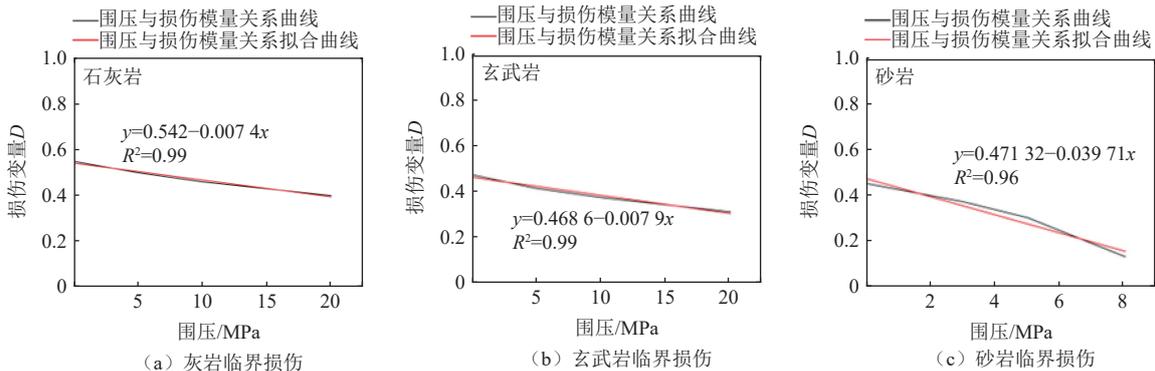


图 13 不同岩石临界损伤随围压的关系

渐趋近于1,标志着岩石宏观损伤。

(2)由损伤变量发展曲线可以看出,岩样累积损伤的初值小且增加缓慢,因此,此区间对应为岩石的弹性变形阶段。在达到弹性极限前,可以把岩样应力-应变关系以线性关系处理。此阶段,围压对损伤变量影响很小。

(3)从弹性极限至峰值强度段,随着轴向应变的增大,岩样损伤变量 $D$ 发展迅速,导致岩石的承载能力迅速降低。随着围压增大,岩石累积损伤增加变缓,高围压下的同一应变值对应的岩样累积损伤要比低围压时小,说明围压的增大可以有效地抑制损伤的发展。

(4)达到残余强度后,累积损伤量接近饱和,损伤变量曲线接近于水平,同时岩样强度也进入相对稳定阶段。

(5)临界损伤量 $D_c$ 随围压的增大而减小。由拟合曲线看出,两者之间具有良好的线性关系,这说明增加围压可增强岩石的脆性,同时能抑制累积损伤的发展,改善同等损伤条件下岩样的受力状态。

## 6 结论

通过本文的研究,得到了以下的研究成果:

(1)中国西部高应力地区的玄武岩和灰岩的变形破坏过程分为5个阶段:初始压密阶段、弹性变形阶段、应变软化阶段、应变硬化以及残余阶段。岩石主要破坏模式为剪切破坏,且随着围压的增大,岩石的强度也呈增大的趋势。该地区岩石表现出明显的初始损伤和峰后的脆性跌落以及残余强度。

(2)基于损伤理论所提出统计本构模型能很好地模拟岩石的应力-应变全过程,通过三轴实验数据对比发现本文所提出模型很好地考虑了岩石的初始损伤以及岩石峰后的脆性跌落和残余强度。通过和前人的研究成果对比知道本模型更具合理性和适用性,且本模型所需要的所有参数均有明确的物理意义且都可以从三轴压缩实验中获得,可适用于GS水电站高应力区岩石稳定性评估。但本模型也存在一定的局限性,当前模型未考虑温度、湿度等环境因素对岩石损伤的影响,未来研究可进一步扩展模型以涵盖这些因素。

(3)本文讨论了岩石的损伤演化过程,岩石初始阶段基本没有损伤,随着轴向压力的增加,岩石的损伤迅速发展并逐渐趋近于1。同时讨论了岩石峰值损伤量和围压的关系,从两者关系曲线可以得出围

压能增大岩石的脆性,有效减少岩石的损伤。

## 参考文献

- [1] 彭志雄,曾亚武.基于裂纹扩展作用下的岩石损伤力学模型[J].东北大学学报(自然科学版),2022,43(12):1784-1791.
- [2] 李盛南,肖俊,李玉,等.基于细观裂纹扩展演化的岩石损伤本构模型研究[J].岩石力学与工程学报,2023,42(3):640-648.
- [3] FENG Y, ZHU F, LI S, et al. Study on the Influence of Pore Water Pressure on the Stability of Slope[C]//IOP Conference Series: Earth and Environmental Science. IOP Publishing, 2019, 304(4): 1-6.
- [4] 侯迪,许珍,莫至坤,等.干湿循环条件下岩石蠕变本构模型研究及应用[J].人民长江,2023,54(12):218-224.
- [5] BABALOLA O E, AWOYERA P O, LE D H, et al. A review of residual strength properties of normal and high strength concrete exposed to elevated temperatures: Impact of materials modification on behaviour of concrete composite[J]. *Construction and Building Materials*, 2021, 296: 1-20.
- [6] 秦毅.基于能量守恒修正的混凝土损伤本构模型[J].人民长江,2022,53(5):183-188.
- [7] WALTON G, LABRIE D, ALEJANO L R. On the residual strength of rocks and rockmasses[J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2019, 52: 4821-4833.
- [8] HUANG Y H, YANG S Q. Mechanical and cracking behavior of granite containing two coplanar flaws under conventional triaxial compression[J]. *International Journal of Damage Mechanics*, 2019, 28(4): 590-610.
- [9] MA L, LIU X, Wang M, et al. Experimental investigation of the mechanical properties of rock salt under triaxial cyclic loading[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2013, 62: 34-41.
- [10] YANG S Q. Experimental study on deformation, peak strength and crack damage behavior of hollow sandstone under conventional triaxial compression[J]. *Engineering Geology*, 2016, 213: 11-24.
- [11] PENG J, CAI M, RONG G, et al. Determination of confinement and plastic strain dependent post-peak strength of intact rocks[J]. *Engineering Geology*, 2017, 218: 187-196.
- [12] CAI M, KAISER P K, TASAKA Y, et al. Determination of residual strength parameters of jointed rock masses using the GSI system[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2007, 44(2): 247-265.
- [13] HE M, ZHANG Z, ZHENG J, et al. A new perspective on the constant  $m_i$  of the Hoek-Brown failure criterion and a new model for determining the residual strength of rock[J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2020, 53: 3953-3967.
- [14] WANG Z, LI Y, WANG J G. A damage-softening statistical constitutive model considering rock residual strength[J]. *Computers & Geosciences*, 2007, 33(1): 1-9.
- [15] 邓乃夫,乔兰,刘建,等.基于裂隙演化微分动力学机制的岩石损伤本构模型[J].中南大学学报(自然科学版),2024,55(2):677-689.
- [16] 曹文贵,方祖烈,唐学军.岩石损伤软化统计本构模型之研究[J].岩石力学与工程学报,1998,17(6):628-633.
- [17] SRINIVASAN V, GUPTA T, Ansari T A, et al. An experimental

- study on rock damage and its influence in rock stress memory in a metamorphic rock[J]. *Bulletin of Engineering geology and the Environment*, 2020, 79(8): 4335-4348.
- [18] WANG X, WEN Z, JIANG Y, et al. Experimental study on mechanical and acoustic emission characteristics of rock-like material under non-uniformly distributed loads[J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2018, 51: 729-745.
- [19] XIE H, LI C, HE Z, et al. Experimental study on rock mechanical behavior retaining the in situ geological conditions at different depths[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2021, 138: 1-12.
- [20] ZHU L, XU X, CAO X, et al. Statistical constitutive model of thermal damage for deep rock considering initial compaction stage and residual strength[J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2019, 2019(1): 1-10.
- [21] 陈见行, 曾班全, 徐伍艳, 等. 水浸条件下岩样渐进破坏特征及损伤本构模型[J/OL]. *煤炭学报*, 1-19[2024-11-27]. <https://doi.org/10.13225/j.cnki.jccs.2024.0856>.
- [22] 胡涛涛, 贺韶君, 王栋. 考虑层理倾角的炭质板岩蠕变损伤本构模型[J]. *浙江大学学报(工学版)*, 2024, 58(8): 1704-1716.
- [23] 孟祥振, 张慧梅, 李玉根, 等. 基于动态损伤速率的岩石损伤本构模型[J]. *煤田地质与勘探*, 2024, 25(10): 119-128.
- [24] 曹文贵, 张升, 赵明华. 基于新型损伤定义的岩石损伤统计本构模型探讨[J]. *岩土力学*, 2006, 27(1): 41-46.
- [25] 蒋浩鹏, 姜谔男, 杨秀荣. 基于 Weibull 分布的高温岩石统计损伤本构模型及其验证[J]. *岩土力学*, 2021, 42(7): 1894-1902.
- [26] HOMAND-ETIENNE F, HOXHA D, SHAO J F. A continuum damage constitutive law for brittle rocks[J]. *Computers and Geotechnics*, 1998, 22(2): 135-151.
- [27] LI T, PEI X, WANG D, et al. Nonlinear behavior and damage model for fractured rock under cyclic loading based on energy dissipation principle[J]. *Engineering Fracture Mechanics*, 2019, 206: 330-341.
- [28] LU Y F, SHAO J F. Modelling of anisotropic damage in brittle rocks under compression dominated stresses[J]. *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, 2002, 26(10): 945-961.
- [29] FENG X T, KONG R, ZHANG X, et al. Experimental study of failure differences in hard rock under true triaxial compression[J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2019, 52: 2109-2122.
- [30] WANG H, WANG Z, WANG J, et al. Effect of confining pressure on damage accumulation of rock under repeated blast loading[J]. *International Journal of Impact Engineering*, 2021, 156: 1-12.
- [31] WENG L, LI X, TAHERI A, et al. Fracture evolution around a cavity in brittle rock under uniaxial compression and coupled static-dynamic loads[J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2018, 51: 531-545.
- [32] ASADOLLAHI P, TONON F. Constitutive model for rock fractures: Revisiting Barton's empirical model[J]. *Engineering Geology*, 2010, 113(1-4): 11-32.
- [33] DENG J, GU D. On a statistical damage constitutive model for rock materials[J]. *Computers & Geosciences*, 2011, 37(2): 122-128.
- [34] YANG L, WANG G, ZHAO G F, et al. A rate-and pressure-dependent damage-plasticity constitutive model for rock[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 2020, 133: 1-18.
- [35] KACHANOV, M. Effective Elastic Properties of Cracked Solids: Critical Review of Some Basic Concepts[J]. *Applied Mechanics Reviews*, 1992, 45(8): 304-335.
- [36] LEMAITRE J. A continuous damage mechanics model for ductile fracture[J]. *Transactions of the Asme Journal of Engineering Materials & Technology*, 1985, 107: 83-89.
- [37] 曹文贵, 李鹏, 赵明华, 等. 基于正态分布的岩石损伤统计本构模型及其参数确定方法研究[J]. *水文地质工程地质*, 2005, 32(3): 11-14.
- [38] CAO W G, ZHAO H, LI X, et al. Statistical damage model with strain softening and hardening for rocks under the influence of voids and volume changes[J]. *Canadian Geotechnical Journal*, 2010, 47(8): 857-871.
- [39] LI X, CAO W G, SU Y H. A statistical damage constitutive model for softening behavior of rocks[J]. *Engineering Geology*, 2012, 143: 1-17.
- [40] YAN J, ZOU Z, GUO S, et al. Mechanical behavior and damage constitutive model of granodiorite in a deep buried tunnel[J]. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 2022, 81(3): 118.
- [41] GAO F, KANG H. Experimental study on the residual strength of coal under low confinement[J]. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2017, 50: 285-296.
- [42] DRUCKER D C, PRAGER W. Soil mechanics and plastic analysis or limit design[J]. *Quarterly of Applied Mathematics*, 1952, 10(2): 157-165.
- [43] YUMLU M, OZBAY M U. A study of the behaviour of brittle rocks under plane strain and triaxial loading conditions[J]. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts*, 1995, 32(7): 725-733.